

Министерство образования Приморского края Государственное автономное учреждение дополнительного профессионального образования «Приморский краевой институт развития образования»

Муниципальный этап Всероссийской олимпиады школьников по математике 2023 – 2024 учебный год

Укажите номер задачи, решение которой записано на этом листе

Укажите номер листа и общее число листов отдельно для каждой задачи

«шифр» участниками не заполняются

Задача <u>1</u>	Лист <u>1/1</u>	Класс	<u>10</u>	Шифр	<u>0-5</u>
-----------------	-----------------	-------	-----------	------	------------

~~Дано: n - двузначное число, Σ н.ч. от 1 до n~~

~~Решение: 1) Т.к. и сумма чисел от 1 до n : 5 и сумма~~

~~от 1 до $n+1$ также : 5 ^{1) число} ^{2) сумма} оканч. на 5 \Rightarrow это число : 5~~

~~1сп.р.) Σ натур. чисел от 1 до n : 5
 Σ натур. чисел от 1 до $n+1$: 5 } $\Rightarrow (n+1) : 5$~~

~~2) Найди n $\neq 10 \Rightarrow$ найди $n+1$ может быть 10, но $(n+1) : 5 \Rightarrow$~~

~~найди $n+1 = 15$ 4) $11 \leq n \leq 100$~~

~~3) $10 \leq n \leq 99$ (n -двузн.) $(n+1) : 5$
 $11 \leq n+1 \leq 100$ $10 \leq n \leq 99$ } \Rightarrow найди $n+1$ может быть 15
 найди n может быть 14~~

~~5) Σ натур. чисел от 1 до 14 = 105 : 5 \Rightarrow найди $n = 14$
 вывод: $n = 15 + 14 = 29$~~

~~Решение. $S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n$~~

~~2сп.) $S_{n+1} = \frac{2 \cdot 1 + 1(n-1)}{2} \cdot n = \frac{2+n-1}{2} \cdot n = \frac{(n+1) \cdot n}{2} : 5$
 $S_{n+1} = \frac{2 \cdot 1 + 1(n+1-1)}{2} \cdot (n+1) = \frac{2+n}{2} \cdot (n+1) = \frac{(2+n)(n+1)}{2} : 5$ } \Rightarrow~~

$\Rightarrow n+1 : 5$ или $n : 5$ и $n+2 : 5$
 $n, n+1, n+2$ - последовательные N или $n+1$ - нечёт. \Rightarrow
 $\Rightarrow n$ и $n+2$ чёт и $: 2 \Rightarrow \frac{(n+1)n}{2} : 10$ и $\frac{(2+n)(n+1)}{2} : 10$, т.е.
 \Rightarrow оканч. на 0 $\Rightarrow n+1$ - чётное $\Rightarrow n$ и $n+2$ - нечёт.
 n - 2х значное = $10(2k+1) - 1 = 20k + 10 - 1 = 20k + 9 = 29$

$\frac{(29+1) \cdot 29}{2} = 15 \cdot 29 = 435$ $\frac{(29+2)(29+1)}{2} = 31 \cdot 15 = 465$

Ответ: 29

Министерство образования Приморского края Государственное автономное учреждение дополнительного профессионального образования «Приморский краевой институт развития образования»

Муниципальный этап Всероссийской олимпиады школьников по математике 2023 – 2024 учебный год

Укажите номер задачи, решение которой записано на этом листе

Укажите номер листа и общее число листов отдельно для каждой задачи

«шифр» участниками не заполняются

Задача <u>2</u>	Лист <u>1/1</u>	Класс	<u>10</u>	Шифр	<u>0-5</u>
-----------------	-----------------	-------	-----------	------	------------

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{15} \quad x \leq y \quad x, y \in \mathbb{N}$$

I случай) $x = y \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{1}{y} \Rightarrow 2 \frac{1}{x} = \frac{1}{15}; x = 30; y = x = 30$

II случай) $x < y \Rightarrow \frac{1}{x} > \frac{1}{y}$

Для удобства: $\frac{1}{15} = \frac{2}{30} = \frac{3}{45} = \frac{4}{60} = \frac{5}{75} = \frac{6}{90} = \frac{7}{105} = \frac{8}{120}$

1) $\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{3}{45}$ ← разбиваем числитель на 2 и 1
 $\frac{2}{45} + \frac{1}{45} = \frac{3}{45}$
 чтобы в числителе был 1, мы делим $45 : 2$, но тогда $x \notin \mathbb{N} \Rightarrow y \neq 45$

2) $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{4}{60}; \frac{3}{60} + \frac{1}{60} = \frac{3}{60}; \frac{1}{20} + \frac{1}{60} = \frac{3}{60}$

$x = 20; y = 60$

3) $\frac{5}{75}$ ← если $x \neq y$, то разбиваем 5 на 3 и 2, но тогда, как и в примере $x \notin \mathbb{N}$, т.к. $105 \neq 2$

4) $\frac{6}{90}; \frac{4}{90} + \frac{2}{90} = \frac{6}{90}; \frac{1}{18} + \frac{1}{90} = \frac{1}{15}$

$x = 18; y = 90$

5) $\frac{1}{16} + \frac{1}{240} = \frac{15}{240} + \frac{1}{240} = \frac{16}{240} = \frac{1}{15}$

$x = 16; y = 240$

~~5) $\frac{8}{120}; \frac{4}{x} + \frac{1}{y} = \frac{8}{120}$~~

6) $\frac{1}{24} + \frac{1}{40} = \frac{5}{120} + \frac{3}{120} = \frac{8}{120} = \frac{1}{15}$

$x = 24; y = 40$

Ответ: 30 и 30; 20 и 60; 18 и 90; 16 и 240; 24 и 40;

Укажите номер задачи, решение которой записано на этом листе

Укажите номер листа и общее число листов отдельно для каждой задачи

«шифр» участниками не заполняются

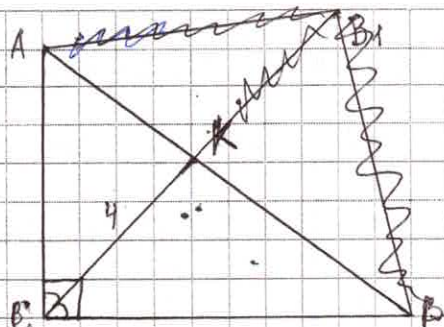
Задача <u>3</u>	Лист <u>1/1</u>	Класс	<u>10</u>	Шифр	<u>0-5</u>
-----------------	-----------------	-------	-----------	------	------------

Дано: $\triangle ABC$ - прямоуго. ($\angle C = 90^\circ$);

$S_{\triangle} = 18$; CK - биссек. $\angle C$; $CK = 4$

Найти: $P_{\triangle ABC}$

Решение:



1) ~~$S_{\triangle ABC}$~~ $S_{\triangle ABC}$ (прямоуг.) = $\frac{AC \cdot CB}{2} = 18$; $AC \cdot CB = 36$

~~$S_{\triangle ACK} = 2$~~ CK - биссек. $\Rightarrow \angle ACK = \angle KCB = \frac{90}{2} = 45^\circ$

3) $S_{\triangle ACK} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot CK \cdot \sin \angle ACK = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot 4 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = AC \sqrt{2}$

4) $S_{\triangle KCB} = \frac{1}{2} \cdot CB \cdot CK \cdot \sin \angle KCB = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot CB \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = CB \sqrt{2}$

5) $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ACK} + S_{\triangle KCB} = AC \sqrt{2} + CB \sqrt{2} = \sqrt{2}(AC + CB) = 18$;
 $AC + CB = \frac{18}{\sqrt{2}}$

6) $AC = x$; $CB = y$

$$\begin{cases} AC \cdot CB = x \cdot y = 36 \\ x + y = \frac{18}{\sqrt{2}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \cdot y = 36 \\ \sqrt{2}(x + y) = 18 \cdot \sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \cdot y = 36 \\ 2(x + y) = 18 \sqrt{2} \end{cases}$$

$$x + \begin{cases} x \cdot y = 36 \\ x + y = 9\sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (9\sqrt{2} - y) \cdot y = 36 \\ 9\sqrt{2}y - y^2 = 36 \end{cases}$$

$$D = (9\sqrt{2})^2 - 4 \cdot 36 = 162 - 144 = 18(3\sqrt{2})^2$$

$$y_1 = \frac{9\sqrt{2} - 3\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2} \quad y_2 = \frac{9\sqrt{2} + 3\sqrt{2}}{2} = 6\sqrt{2}$$

$$x_1 = 9\sqrt{2} - 3\sqrt{2} = 6\sqrt{2} \quad x_2 = 9\sqrt{2} - 6\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$$

катеты $\triangle ABC$: $3\sqrt{2}$ и $6\sqrt{2} \Rightarrow AB = \sqrt{(3\sqrt{2})^2 + (6\sqrt{2})^2} = \sqrt{18 + 72} = \sqrt{90} = 3\sqrt{10}$

7) $P = 3\sqrt{2} + 6\sqrt{2} + 3\sqrt{10} = 9\sqrt{2} + 3\sqrt{10}$

Ответ: $9\sqrt{2} + 3\sqrt{10}$

Министерство образования Приморского края Государственное автономное
 учреждение дополнительного профессионального образования «Приморский краевой
 институт развития образования»
 Муниципальный этап Всероссийской олимпиады школьников по
математике 2023 – 2024 учебный год

Укажите номер задачи, решение которой записано на этом листе _____

Укажите номер листа и общее число листов отдельно для каждой задачи
 «шифр» участниками не заполняются

Задача <u>4</u>	Лист <u>1/1</u>	Класс	<u>10</u>	Шифр	<u>0 - 5</u>
-----------------	-----------------	-------	-----------	------	--------------

Дано:

Таблица 2023×2023 ; сумма чисел в $2 \times 2 = 0$
 в ячейке $|x| \leq 1$

Найти: наиб. сумму чисел всех ячеек

Решение: почти всю таблицу можно, начиная с левого верхнего угла можно разбить на квадраты 2×2 , где сумма в каждом $= 0 \Rightarrow$ будем обращать внимание на последнюю строку и столбец, т.к. они не разбиты на квадраты, т.к. 2023 - неч. число)

2) Для наиб. возможной суммы возьмём наиб. возможное число в ячейке -1 . Для выполнения условия \sum чисел кв. $2 \times 2 = 0$ мы можем расставить числа либо в шахматном порядке, либо чередуя строки либо столбцы.

			-1
	-1	1	
-1	1	-1	
1	-1	1	

противополож.
числа

3) В первом случае единица почти все единицы в крайней строке и столбце взаимно уничтожаются.

Во втором -

1	1	1	1
-1	-1	-1	-1
1	1	1	1

 взаимно уничтожаются только ~~одна~~ ^{часть} последняя строка (кроме 1 нижней) (там будет $\frac{2023+1}{2} = 2011$ „ 1 “ и „ -1 “) \Rightarrow

\Rightarrow мы считаем оставшиеся единицы внизу, их 2023 шт.

4) Все числа, не считая нижней строки дают сумму 0 , а нижняя в нижней строке сумма чисел $= 2023 \Rightarrow$ вся сумма $= 2023$
 Ответ: 2023